



10.OPTIMIZACIJA TRANSPORTA



Ovo poglavlje posvećeno je najvažnijim pitanjima vezanim za optimizaciju transporta. Uključuje:

- osnovne definicije transportnog sistema,
- prirodu i važnost optimizacije transportnog sistema,
- opis primene transportne problematike u praksi.

10.1. Uvod

U fazi distribucije dominantnu ulogu imaju procesi transporta i špedicije. Važno je napomenuti da njihov sve veći značaj generiše potrebu za inovacijama u organizaciji kretanja tereta korišćenjem odgovarajuće odabranih transportnih sredstava i načina transporta (Krawczyk, 2001). Stoga se traže metode i alati koji će dati precizne odgovore na ključna pitanja vezana za procese transporta i špedicije. Neko se može zapitati jesu li potrebne promene i, ako jesu, kako će se to odraziti na finansijske rezultate? Izazov, ali i potreba savremenog preduzeća je da spoji ekonomske koristi održavanja visokog kvaliteta usluge kupcima sa smanjenjem troškova transporta, što je takođe funkcija usluge kupcima. Pri tome pitanje minimiziranja troškova dobija stratešku dimenziju (Christopher, 2000).

Transport spada u područje proizvodnje materijalnih usluga, obavlja transport ljudi i robe, osigurava distribuciju i snabdevanje sirovinama, industrijskim i proizvodima poljoprivrede svih regiona sveta. Glavni zadatak transporta je potpuno i pravovremeno zadovoljiti prometne potrebe nacionalne privrede i stanovništva, povećati efikasnost i kvalitet transportne mreže. S obzirom na vodeću ulogu transporta u tržišnoj privredi, upravljanje transportom izdvojeno je u zasebno područje koje se naziva transportna logistika. Transportna logistika uključuje niz elemenata, a glavni su (Yahiaoui, 2019; Vakulenko i Evreenova, 2019):

- tereti,



- konsolidaciona mesta (stanice),
- transportna čvorišta (hubovi),
- transportna mreža,
- vozni park,
- oprema za rukovanje,
- učesnici logističkog procesa,
- transportni kontejneri,
- pakovanje.

Glavne rezerve za unapređenje transportno-logističkog procesa leže u racionalnoj organizaciji međudelovanja učesnika u lancu snabdevanja, koordinaciji njihovih interesa i traženju obostrano korisnih i odgovarajućih rešenja. Napredak u informacionim tehnologijama može značajno poboljšati efikasnost transportne logistike, a informacije i informatička podrška imaju zasluženno mesto među ključnim logističkim funkcijama (Liu, Zhang i Wang, 2018; Sun, i dr, 2019).

Razvoj informacionih tehnologija doprineo je povećanju učinkovitosti transporta. Korišćenjem najnovijih informacionih tehnologija moguće je automatizovati sve informatičke aktivnosti transportnih kompanija koje su uključene u procese organizacije teretnog transporta. Automatizacija transportne logistike omogućava povećanu efikasnost i optimizaciju transporta. Uvođenjem automatizovanih sistema za rutiranje, naplatu i planiranje u transportnim preduzećima, transportna logistika doseže novi nivo (Dekhtyaruk, i dr. 2021).

10.2. Priroda i značaj optimizacije transportnog sistema

Istraživanje i rad na optimizaciji transportnog sistema povezan je s važnim pitanjima transportne politike i igra važnu ulogu u razvoju teorije ekonomije prometa. Ekonomska transportna praksa podstiče rad na optimizaciji i istraživanju, ukazujući na najrelevantnija pitanja koja treba rešiti, kao i određujući opseg i smerove metodoloških istraživanja. S druge strane, tema optimizacije transportnog sistema inspirisala je istraživače da implementiraju dostignuća teorije sistema i kibernetike za rešavanje ekonomskih transportnih problema. To

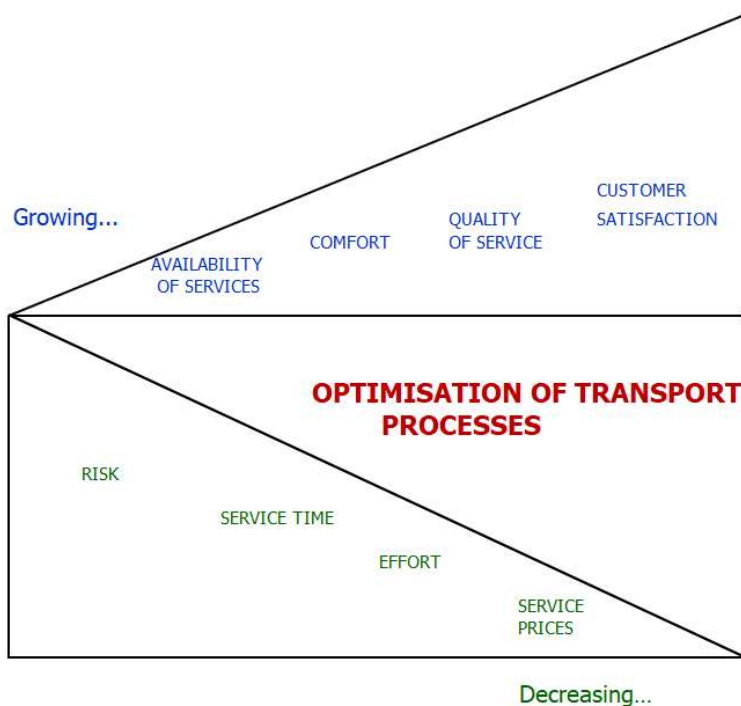


je doprinelo povoljnom razvoju metodologije naučnog istraživanja, kao i podsticanje interesa za aspekte transportne ekonomije metodološke prirode (De Maio i Vitetta, 2015).

Pod optimalnim transportnim sistemom podrazumeva se sistem koji u potpunosti i pravilno osigurava uslugu postojećih transportnih potreba (volumen, vrste, prostorna disperzija) uz najmanji utrošak društvenog rada i racionalno korišćenje svojstava i karakteristika (tehničkih, operativnih i ekonomskih) pojedinih vrsta transporta. Idejom ove definicije prihvaćene u literaturi, pitanje optimizacije transportnog sistema svodi se na celovito i pravilno servisiranje transportnih potreba uz kriterijum minimiziranja inputa društvenog rada (Wong, i dr., 2016).

Optimizacija u transportu je veoma širok pojam koji obuhvata različite procese. Njihov cilj je da se poboljša položaj strana uključenih u transport (pošiljaoca, primaoca, zaposlenih). U literaturi se najčešće mogu naći segmenti koji se odnose na optimizaciju i špediciju. Uglavnom se radi o smanjenju troškova transporta i dostave. Međutim, u praksi se radi o višekriterijskim pitanjima. Relevantni su i manje uobičajeni kriterijumi, među kojima se mogu navesti udobnost, ekologija, kvalitet transportnih usluga, zadovoljstvo korisnika, pa čak i istrošenost saobraćajnica. Troškovi i vreme su, međutim, dominantni faktori. Logističke procese treba posmatrati iz strateške, ali i operativne perspektive. Strateška perspektiva odnosi se na dugoročno planiranje i osmišljavanje vizije preduzeća. Operativna perspektiva bavi se trenutnom situacijom. Ovi aspekti optimizacije trebali bi biti međusobno povezani, kao i podržani od strane različitih sistema upravljanja logistikom. Tema optimizacije transporta, čak i ako je ograničena na minimiziranje troškova, uključuje čitav niz aktivnosti koje se tiču celokupnog lanca snabdevanja. Najvažnije je stvaranje učinkovite distributivne mreže, koja se odnosi na identifikaciju lokacije kupaca i njihovih potreba, koje se potencijalno menjaju tokom vremena, kao i optimalne lokacije distributivnih centara, distributivnih terminala i skladišta. Takođe je važno odabrati pravi vozni park (veličina vozila, raspodela na sopstveni i eksterni vozni park, kapaciteti i oprema vozila kao što su podizne rampe, dizalice, rashladni uređaji, tovarni prostor), jer neadekvatan vozni park može značajno smanjiti potencijal transportne kompanije. Proces optimizacije transporta takođe treba da analizira različite scenarije toka proizvoda, kao i globalnu identifikaciju uskih grla i faktora koji smanjuju profit za kompaniju (www_10.1).

Prednosti pravilno sprovedenog procesa optimizacije su povećana sigurnost, bolji kvalitet usluge i veća dostupnost roba i usluga. Integracija sistema i primena unapred definisanih standarda, zajedno s veštím izborom tehnika optimizacije, pomaže nacionalnom i regionalnom transportu, a takođe doprinosi povećanju konkurentnosti preduzeća. Najvažnije prednosti optimizacije, kada se pravilno sprovede, ilustrovane su na slici 10.1, koja prikazuje promene koje nastaju implementacijom procesa optimizacije.



Slika 10. 1. Promene koje proizlaze iz optimizacije transportnih procesa

Izvor: (Zajdel i Filipowicz, 2008)

Može se spomenuti nekoliko problema optimizacije. Najvažniji od njih u grupii malih pošiljaka su:

- izbor između indirektnog i direktnog prevoznika,
- planiranje distributivnog potencijala,
- razmotriti lokalnu distribuciju.

Prihvatanje transportnih naloga uvek postavlja pitanje izbora između direktnih dobavljača i korišćenja distributivne mreže. Donošenje odluke o transportu pošiljke zavisi od



terminala i troškova dostave. Ovaj problem odnosi se na dimenzije pošiljke. Velika pošiljka i velika udaljenost dostave podstiču vas da odaberete direktan transport. Ako se radi o jednoj pošiljci, problem postaje lako rešiv jer je dovoljno uporediti troškove transporta pomoću terminalskog sistema. No, treba imati na umu da se spajanjem pošiljke s drugim artiklima smanjuju troškovi indirektnog transporta. Projektovanje distributivne mreže za male pošiljke strateško je pitanje. Ukupni trošak sistema može se izračunati pomoću sledeće formule (Milewski, 2011):

$$K_{CSD} = \sum_{j=1}^n K_{d-o_j} + K_{T_j} + K_{P_j},$$

gde:

K_{CSD} – ukupni trošak distributivnog sistema,

K_{d-o_j} – troškovi transporta i zbrinjavanja i -tog terminala,

K_{T_j} – terminalni troškovi i -tog terminala,

K_{P_j} – troškovi linijskog transporta i -tog terminala,

n – broj terminala.

Operativni problem je planiranje ruta transporta paketa u okviru strateških dogovora. Ukupni trošak transporta pošiljaka duž određene rute može se izraziti pomoću formule ispod (Milewski, 2011.) :

$$K_{CDL} = \sum_{k=1}^o K_{i,k} * d_k,$$

gde:

K_{CDL} – ukupni trošak lokalne distribucije,

$K_{i,k}$ – trošak transporta (isporuka ili distribucija) pošiljaka na relaciji k ,

d_k – dužina rute k ,

o – broj ruta.

Glavni cilj optimizacionih metoda i modela je rešavanje problema. Kriterijum optimizacije obično je najkraće moguće vreme transporta ili najkraći put. Ovaj pristup je dovoljan pod pretpostavkom da ukupni trošak direktno zavisi od dužine ruta. Stoga rutu



treba odabrati tako da bude "što kraća ili da vreme putovanja njome bude što kraće". Ovde treba obratiti pažnju na model optimizacije transportnog makrosistema (Milewski, 2011). Njegov zadatak je razviti odgovarajući broj pokazatelja i mera potrebnih u procesu racionalnog upravljanja transportom tokom sprovođenja logističkih operativnih aktivnosti. Što model preciznije odražava testiranu stvarnost, to su mogućnosti upravljanja učinkovitije. Zavisno od sličnosti, optimizacioni model može se koristiti za direktnu izradu poslovne strategije u sektoru transportnih usluga. Optimizacioni model transportnog sistema pruža metode i naučne alate za upravljanje transportnim sistemom. Može se napisati u obliku sledećeg izraza (Ficoń, 2010).

$$MDE_{ST} = \langle Z_{ST}, P_{ST}(t) \parallel G_{ST}, F_{ST}, H_{ST} \rangle \xrightarrow{\max STO_{ST}} \min S_{ST},$$

gde:

Z_{ST} – skup operativnih (logističkih) resursa ST sistema,

P_{ST} – skup operativnih (logističkih) procesa ST sistema,

G_{ST} – skup ograničenja i graničnih uslova ST sistema,

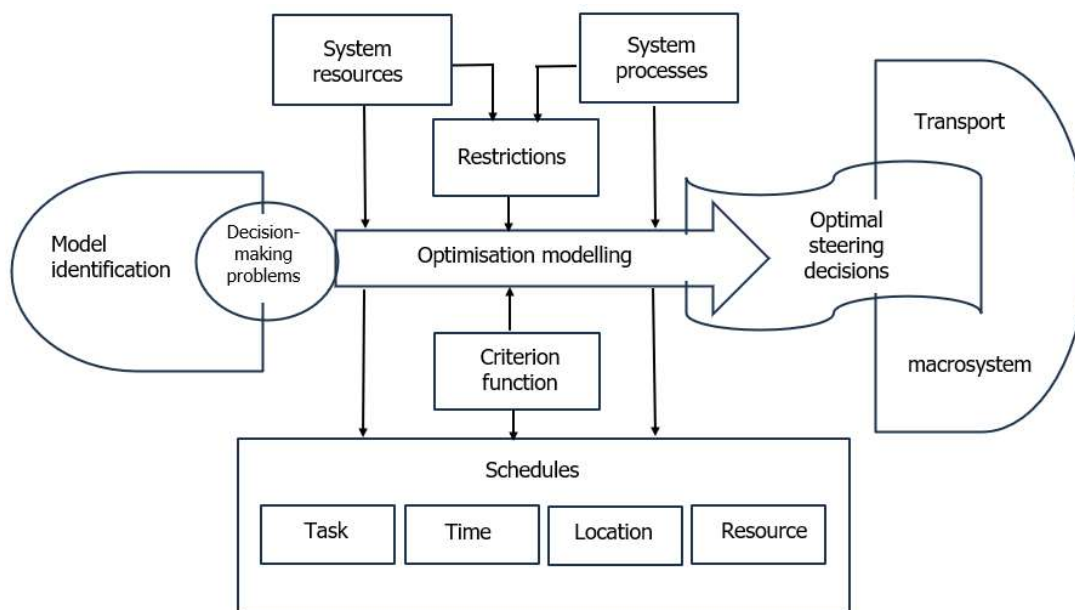
F_{ST} – funkcija kriterijuma rada ST sistema,

H_{ST} – skup prihvatljivih rasporeda rada za ST sistem,

S_{ST} – globalni troškovi funkcionisanja transportnog makrosistema ST ,

STO – standardi logističke usluge kupcima u transportnom sektoru.

Koncept optimizacionog modeliranja transportnog sistema prikazan je na slici 10.2.



Slika 10. 2. Koncept optimizacionog modeliranja transportnog sistema

Izvor: (Ficoń, 2010)

Naravno, postoje i drugi modeli koji pomažu u rešavanju problema optimizacije u transportu. Postoji mnogo više problema optimizacije transporta. Među njima postoje razlike zavisno od kompanije, njene veličine i proizvoda koji su joj na raspolaganju.

10.3. Problemi optimizacije transporta u praksi

Jedna od osnovnih komponenti optimizacije transporta je **optimizacija rute**. To uključuje dizajniranje ruta za vozila koja se koriste za transport robe kako bi se optimizirali profit i usluga korisnicima. Za preduzeće to obično znači smanjenje troškova i vremena transporta, dok za kupce to znači niže troškove i isporuku na vreme. Ti ciljevi se postižu minimiziranjem pređene udaljenosti, mogućnošću prilagođavanja rasporeda transporta promenjivim uslovima i novim situacijama tokom vremena, sinhronizacijom transporta sa skladišnim procesima kao i mogućnošću česte i brze optimizacije kako bi se ažurirao trenutni plan. Iako je najčešći cilj u transportnim zadacima svesti troškove transporta na minimum ili minimizirati udaljenosti, u slučaju transporta proizvoda, uglavnom prehrambenih, koji mogu



brzo zastareti, koji brzo gube upotrebna svojstva ili onih koji se isporučuju po principu just-in-time, zbog ograničenih skladišnih kapaciteta ili prevelikih troškova skladištenja u prostorijama primaoca, ili kasnih isporuka od strane prethodnih karika u lancu snabdevanja, prioritetni cilj je smanjiti vreme isporuke za sve isporuke. Kraći rokovi isporuke omogućavaju ispunjavanje očekivanja kupaca u pogledu rokova isporuke, kao i očuvanje upotrebne vrednosti transportovanih proizvoda, čime se mogu nadoknaditi troškovi koji proizlaze iz angažmana transportnih sredstava. U gore navedenim slučajevima, najvažnije razmatranje je stoga smanjenje najdužeg vremena transporta u datom sistemu isporuke, tj. izračunavanje najkraćeg vremena za koje bi isporuke mogle biti dovršene (Gaspars-Wieloch, 2011).

Iz IT perspektive, optimizacija rute u transportu i logistici usko je povezana s **problemom trgovačkog putnika** (TSP) i problemom rutiranja (VRP, *Vehicle Routing Problem*). Problem trgovačkog putnika je klasični kombinatorni optimizacioni problem, koji uključuje planiranje najkraće i najjeftinije transportne rute, koja prolazi kroz n specificiranih tačaka otpreme i prijema, sa zadatim troškovima putovanja između svakog para tačaka. VRP problem je generalizacija TSP problema. U njemu je moguće imati više putnika (više vozila), uz mogućnost povratka u bazu više puta pre nego što se stigne na svih n lokacija. I za TSP i za VRP problem postoje mnoge generalizacije i dodatna praktična ograničenja, koja mogu uključivati vremenske prozore, sekvencijalna ograničenja posećenih lokacija, različite sposobnosti vozila i vozača ili ograničenja kapaciteta, koja su korisna za dostavu i preuzimanje (www_10.2).

Kako bi se rešio zadatak TSP-a, potrebno je specificirati: nivo zaliha proizvoda na svakoj tački otpreme, obim potražnje na svakoj tački prijema, kao i troškove transporta od svake tačke otpreme do svake tačke prijema (Vinichenko, 2009). Ako se radi samo o jednom proizvodu, tada se potražnja otpremnih tačaka može realizovati s jedne ili više otpremnih tačaka. Namera takvog plana je izračunati količinu proizvoda isporučenih sa svake otpremne tačke do svake tačke prijema kako bi se ukupni troškovi transporta sveli na minimum (Stachurski i Wierzbicki, 2001).

Ako je trošak putovanja direktno proporcionalan prevezenoj količini, radi se o linearnom transportnom zadatku. U suprotnom, ako ovaj uslov nije ispunjen, transportni



zadatak postaje nelinearni zadatak. Jedna od najpopularnijih metoda optimizacije je linearno programiranje (Silaen, i dr., 2019; Gass, 2013). Najveća korisnost ove metode uočena je pri kreiranju mreže objekata, pri čemu su ograničavajući uslovi za model veličina potražnje i ponude za proizvodne pogone, distributivne centre ili pojedina tržišta. S datom ciljnom funkcijom, uz pretpostavku, na primer, smanjenja ukupnih troškova, linearno programiranje pomaže u stvaranju optimalnog obrasca lociranja objekata koji uzima u obzir ograničenja potražnje i ponude. Iako je metoda linearnog programiranja prilično praktična, postoje ograničenja u njenoj uporabi, budući da problem koji se njome rešava mora biti formulisan deterministički, kao i da problem mora biti podvrgnut linearnoj aproksimaciji. Osim toga, fiksni i varijabilni operativni troškovi logističkih objekata ne mogu se uzeti u obzir u linearnom programiranju (Coyle i dr., 2002).

Postoji veliki broj naučnih radova o teoriji i praksi organizovanja optimalnog transportnog sistema korišćenjem različitih modela i metoda. Publikacije (Lai i Bierlaire, 2015; De Maio i Vitetta, 2015; Manley, Orr i Cheng, 2015; Vitetta, 2016) predstavljaju studije optimizacije rute prema kriterijumu minimalnog vremena isporuke.

U radovima (Hess, i dr., 2015; Nyrkov, Sokolov i Belousov, 2015) korišćene su metode bazirane na alternativnom uzorkovanju za određivanje optimalne rute. Nasuprot tome, autori publikacija (Zhilenkov, Nyrkov, i Cherniy, 2015; Omelianenko, i dr., 2019; Tomashevskiy, 2007; Cheng i Wu, 2020; Zaychenko, 2014) koristili su metode modeliranja ruta bazirane na fazi logici za transportne sisteme. U publikacijama (Shang, i dr., 2020; Shramenko i Shramenko, 2019) autori su, kako bi planirali optimalnu rutu, koristili heurističke modele, dok je u radovima (Maleev, i dr., 2019,; Skvortsov, Pshonkin i Luk'yanov, 2018,) bio opisan kvantni model za određivanje optimalne rute u transportnim sistemima.

Rezultati modeliranja izbora optimalnih ruta korišćenjem podataka **Global Positioning System** (GPS) usmereni na kamione na dugim relacijama, mogu se videti u publikacijama (Khripach, i dr., 2018; Navrodska, i dr., 2019; Fialko, i dr., 2020).

U nastavku su detaljno prikazani pojedini koraci u rešavanju transportnog zadatka na praktičnom primeru transportnog problema s vremenskim kriterijumom optimizacije snabdevanja lanca supermarketa, koji je opisan u radu (Gaspars-Wieloch, 2011).



Karakterisanje problema transportnog problema s vremenskim kriterijumom optimizacije snabdevanja lanca supermarketa

U opisanom problemu optimizacije transporta razmatra se lanac supermarketa raspoređen u različitim delovima zemlje. Za svaku nedelju uvodi se novi asortiman robe koji se, uz stalni asortiman koji uključuje namirnice, drogerijske proizvode, prodaje kupcima samo šest dana od ponedjeljka do subote ili do isteka zaliha. Nedeljna ponuda između ostalog uključuje belu tehniku, proizvode od papira, odeću, igračke, alate ili predmete za vrtlarstvo. Često je ponuda proizvoda prilagođena godišnjem dobu i praznicima kao što su Božić, Uskrs itd. Nedeljne ponude određuju se dosta unapred, a proizvodi koje pokrivaju nalaze se u veleprodajama širom zemlje. Zavisno od mogućnosti koje dobavljači imaju na raspolaganju, različite vrste robe dostavljaju se veletrgovcima nedelja dana unapred različitim danima (uključujući subotu ujutro) pre nego što krenu u prodaju. Veletrgovci su dužni da pripreme komplete proizvoda za svaku prodavnicu. Primer kompleta može uključivati 20 salveta, 30 televizora, 40 kanti, 20 pari japanki, 30 lonaca, 20 plišanih medvedića, 30 pari pantalona, 60 krema za ruke, 50 lopti i 40 beležnica.

Budući da kompleti možda neće biti dovršeni do kraja nedelje, a zbog nedovoljnog skladišnog prostora u supermarketima, kompanija želi isporučiti nedeljni asortiman svim prodavnicama u noći s nedjelje na ponedjeljak i rasporediti ih po policama bez odlaganja.

Svaki kamion koji napusti skladište odmah dostavlja komplete proizvoda u nekoliko ili čak desetak supermarketa, formirajući sektor. Supermarketi u sektoru nalaze se prilično blizu jedan drugome (npr. u istom gradu). Vreme potrebno za snabdevanje sektora zavisi od kog veletrgovca je vozilo preusmereno u njega. Ključni cilj kompanije je minimizirati najduže vreme isporuke.

Matematički model transportnog zadatka

Opšti oblik modela koji opisuje zatvoreni transportni problem s vremenskim kriterijumom može se prikazati na sledeći način (Gaspars-Wieloch, 2011):

$$\max_{x_y > 0} \{t_{ij}\} \rightarrow \min \quad (1)$$



$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (5),$$

gde:

x_{ij} – količina robe transportovana od i -tog dobavljača do j -tog kupca,

t_{ij} – vreme transporta robe od i -tog dobavljača do j -tog primaoca,

n – broj primaoca,

m – broj dobavljača,

a_i – snabdevanje i -tog dobavljača,

b_j – j -ti zahtev kupca.

Kada ne postoji jednakost između ukupne ponude i ukupne potražnje, poslednja formula (5) se ne uzima u obzir i uslovi ponude (2) ili uslovi potražnje (3) pretvaraju se u nejednakosti. Gore opisani matematički model primenjiv je na okolnosti u kojima donosilac odluke ne uzima u obzir druga razmatranja, kao što je nedovoljna količina vozila za snabdevanje, potreban minimalni nivo zadovoljenja potražnje ili razlika u prirodi vremena transporta i vremena istovara.

U naučnim radovima (Sikora, 2008) prikazan je algoritam za rešavanje prethodno opisanog transportnog problema. Dalji koraci toka radnje prema navedenom algoritmu navedeni su u nastavku (Gaspars-Wieloch, 2011.) :

1. Prvi korak je određivanje dopuštene bazne jednačine pomoću metode minimalnog elementa matrice, poznate kao MEM metoda na osnovu tabele vremena.
2. u drugom koraku važno je odrediti maksimalno vreme isporuke (T^k) za određeno rešenje na osnovu formule (6):



$$T^k = \max_{x_{ij} > 0} \{t_{ij}\}, \quad (6)$$

gde:

T^k – maksimalno vreme isporuke u k-toj iteraciji.

3. tabela troškova (c_{ij}) za k -to rešenje mora se prikazati prema formuli (7):

$$c_{ij}^k = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & t_{ij} < T^k \\ 1 & t_{ij} = T^k \\ 10 & t_{ij} > T^k \end{array} \right\} \quad \text{if} \quad (7)$$

4. Sledeći korak je provera optimalnosti rešenja na osnovu tabele troškova. U slučaju nenegativnosti kriterijuma optimalnosti (Δ_{ij}) za sve osnovne rute, postupak se završava u ovoj fazi. Ako su kriterijumi optimalnosti negativni, sledite korake u petom koraku.

$$\Delta_{ij}^k = c_{ij}^k - \alpha_i^k - \beta_j^k, \quad (8)$$

gde:

α_i^k, β_j^k – dualne varijable, tj. potencijali u k -toj iteraciji.

5. prihvatljivo osnovno rešenje treba ponovo odrediti, uzimajući u obzir najnegativniji kriterijum optimalnosti, a zatim se vratiti na drugi korak.

Gore navedeni algoritam bazira se na tzv. metodi potencijala, koja je opisana u mnogim publikacijama, npr. (Leonard, 1997). Ako postoje druge pretpostavke u konkretnom problemu odlučivanja, a koje se odnose na ograničeni kapacitet pakiranja transportnog sredstva, tada bi se razmatrani postupak dodatno trebao pozivati na načela koja su usvojena tokom postupka za transportni zadatak s ograničenim kapacitetom rute (Codeca i Cahill, 2022; Sanz i Escobar Gomez, 2013).



Algoritam se može koristiti kao procedura pri ručnom rešavanju zadataka s malim brojem dobavljača i kupaca. Za probleme veće složenosti preporučuje se algoritam izrađen korišćenjem odgovarajućeg programskog jezika.

Druga opcija za prikazani postupak može biti razvijeni optimizacioni informatički alat, primer je Solver, uključen u Microsoft Excel. Međutim, treba uzeti u obzir da verzija Solvera ima uticaj na vrstu zadataka koji se mogu rešiti. Sa svakom novijom verzijom nudi se više mogućnosti u smislu broja uslova ili varijabli u zadatku, vremena potrebnog za rešavanje problema i vrste funkcija koje se koriste. U standardnoj verziji Solvera ne može se koristiti funkcija „if“, „max{ }“ ili „min{ }“. U matematičkom modelu, opisanom formulama (1)-(5), pojavljuje se funkcija „max“ pa se čini da se zadatak ne može rešiti standardnom verzijom Solvera. Kako bi se izvršila izračunavanja, u nastavku se razmatra primer s određenim numeričkim podacima, za koji je formulisan odgovarajući matematički model. Primer se odnosi na lanac supermarketa koji se sastoji od tri veletrgovca, P (na jugu zemlje), Z (na zapadu zemlje) i PW (na severoistoku zemlje), i 50 prodavnica, podijeljenih u 8 diferenciranih sektora, označenih slovima (A, B, C, D, E, F, G i H). Na osnovu transportovanih proizvoda, svaki veletrgovac može sastaviti 18 kompleta. Potražnja za kompletima po sektoru je sledeća:

$Z_A = 6; Z_B = 7; Z_C = 9; Z_D = 6; Z_E = 8; Z_F = 5; Z_G = 4; Z_H = 5$, pri čemu je $\sum_{j=1}^8 50$.

Vreme koje je dostavnim vozilima potrebno da opsluže svaki sektor sastoji se od vremena putovanja od veletrgovca do sektora koje ne zavisi od broja prodavnica u sektoru, kao i vremena istovara u samom sektoru koje zavisi od broja prodavnica, kao što je prikazano u tabelama 10.1 i 10.2. Pretpostavlja se da vreme transporta u sektoru, koje je u praksi određeno udaljenošću između prodavnica u sektoru, uzima u obzir vreme istovara asortimana u svakoj prodavnici. Cilj je minimalizirati vreme isporuke koje traje najduže.

Tabela 10. 1. Približno vreme putovanja (t_{ij}^p , u satima)



Sectors Wholesalers	A	B	C	D	E	F	G	H
P	9	6	3	3	6	9	12	7
Z	5	4	5	6	9	12	9	7
PW	8	5	11	5	3	3	4	3

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

Tabela 10. 2. Prosečno vreme istovara jedinice (t_i^r , u satima)

Sectors	A	B	C	D	E	F	G	H
t_i^r	1/3	1/2	1/3	2/5	1/2	2/5	1/4	2/5

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

Gore prikazani primer s numeričkim podacima ima nešto veći stepen složenosti od standardnog transportnog problema s vremenskim kriterijumom. Stoga je tačna notacija zadatka optimizacije koja se primjenjuje na posmatrani primer samo delomično slična opštem matematičkom modelu, kao što je ilustrovano formulama (9)-(21). Funkcija cilja za minimiziranje vremena isporuke može se napisati na sledeći način (Gaspars-Wieloch, H. u: Szymczak, M. (ur), 2011., str. 17-18) :

$$\begin{aligned}
 & \max \{ (9 \min \{x_{11}, 1\} + \frac{1}{3}x_{11}), (6 \min \{x_{12}, 1\} + \frac{1}{2}x_{12}), (3 \min \{x_{13}, 1\} + \frac{1}{3}x_{13}), (3 \min \{x_{14}, 1\} + \\
 & + \frac{2}{5}x_{14}), (6 \min \{x_{15}, 1\} + \frac{1}{2}x_{15}), (9 \min \{x_{16}, 1\} + \frac{2}{5}x_{16}), (12 \min \{x_{17}, 1\} + \frac{1}{4}x_{17}), (7 \min \{x_{18}, 1\} \\
 & + \frac{2}{5}x_{18}), (5 \min \{x_{21}, 1\} + \frac{1}{3}x_{21}), (4 \min \{x_{22}, 1\} + \frac{1}{2}x_{22}), (5 \min \{x_{23}, 1\} + \frac{1}{3}x_{23}), (6 \min \{x_{24}, 1\} \\
 & + \frac{2}{5}x_{24}), (9 \min \{x_{25}, 1\} + \frac{1}{2}x_{25}), (12 \min \{x_{26}, 1\} + \frac{2}{5}x_{26}), (9 \min \{x_{27}, 1\} + \frac{1}{4}x_{27}), \\
 & (7 \min \{x_{28}, 1\} + \frac{2}{5}x_{28}), (8 \min \{x_{31}, 1\} + \frac{1}{3}x_{31}), (5 \min \{x_{32}, 1\} + \frac{1}{2}x_{32}), (11 \min \{x_{33}, 1\} + \\
 & + \frac{1}{3}x_{33}), (5 \min \{x_{34}, 1\} + \frac{2}{5}x_{34}), (3 \min \{x_{35}, 1\} + \frac{1}{2}x_{35}), (3 \min \{x_{36}, 1\} + \frac{2}{5}x_{36}), (4 \min \{x_{37}, 1\} + \\
 & + \frac{1}{4}x_{37}), (3 \min \{x_{38}, 1\} + \frac{2}{5}x_{38}) \} \rightarrow \min
 \end{aligned}
 \tag{9}$$



Uslovi koji se odnose na sektorsku potražnju napisani su kako sledi (Gaspars-Wieloch, 2011) :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 6 \quad (10)$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7 \quad (11)$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 9 \quad (12)$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 6 \quad (13)$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 8 \quad (14)$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} = 5 \quad (15)$$

$$x_{17} + x_{27} + x_{37} = 4 \quad (16)$$

$$x_{18} + x_{28} + x_{38} = 5 \quad (17)$$

Uslovi koji se primjenjuju na snabdevanje veletrgovaca prikazani su u nastavku (Gaspars-Wieloch, 2011.) :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} \leq 18 \quad (18)$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} \leq 18 \quad (19)$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} \leq 18 \quad (20)$$

Uslov koji se odnosi na integrabilnost varijabli odluke ima oblik (Gaspars-Wieloch, 2011.) :

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{38} \in N, \quad (21)$$

gde:

x_{11} – broj kompleta prevezenih iz skladišta P u supermarket A,

:

x_{38} – broj kompleta transportovanih od skladišta PW do supermarket H.

Razmatrani primer je prilično kompleksan, ne samo zbog nedostatka direktne mogućnosti rešavanja optimizacionih problema koji sadrže funkcije „ max{ } ” i „ min{ } ” u standardnoj verziji Solvera. Dalje komplikacije uključuju uvedene dve vrste vremena: vreme dolaska u svaki sektor i vreme pražnjenja u sektoru. To je bilo nužno jer se proizvodi koji se



prevoze kamionima ne istovaruju na jednom mestu, već u nekoliko prodavnica. Stoga postoji korelacija između vremena istovara i broja opsluženih supermarketa. Prethodno opisani algoritam ne bi se trebao direktno primenjivati na ovu vrstu problema.

Dizajn Excel tabele u prikazanom primeru transportnog zadatka

Slika 10.3 prikazuje kako uneti podatke u proračunsku tabelu Microsoft Excel za primer transportnog zadatka o kojem se govori. Čelije s adresama C8-J10 su polja u kojima će biti prikazane optimalne vrednosti varijabli odluke ($x_{11}, x_{12}, \dots, x_{38}$). Zbirne vrednosti polja odgovarajućih kolona tabele C8-J10 izračunate su u redu broj 11. One predstavljaju levu stranu uslova (10)-(17). Formulisana potražnja uključena je u red s brojem 12. Dodane vrednosti iz raspona ćelija C8:J8, C9:J9, C10:J10 prikazane su u koloni K. One sadrže ukupan broj kompleta prevezenih od veletrgovaca P, Z, PW, odnosno levu stranu ograničenja ponude (18)-(20). Vrednosti nabavke pojedinačnih veletrgovaca prikazane su u koloni L.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4											
7	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
8	P									0	18
9	Z									0	18
10	PW									0	18
11	Sector total	0	0	0	0	0	0	0	0		
12	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
13											
16	Travel time to sector	9	6	3	3	6	9	12	7		
17		5	4	5	6	9	12	9	7		
18		8	5	11	5	3	3	4	3		
19											
20	Unloading time	0.33	0.50	0.33	0.40	0.50	0.40	0.25	0.40		
21											
24	Total unloading time	0	0	0	0	0	0	0	0		
25		0	0	0	0	0	0	0	0		
26		0	0	0	0	0	0	0	0		
27											
30	Total journey time (fixed) and unloading time (variable)	9	6	3	3	6	9	12	7		
31		5	4	5	6	9	12	9	7		
32		8	5	11	5	3	3	4	3		
33											
36	Base and non-base routes	0	0	0	0	0	0	0	0		
37		0	0	0	0	0	0	0	0		
38		0	0	0	0	0	0	0	0		
39											
43	Total time on base routes	0	0	0	0	0	0	0	0		Objective function
44		0	0	0	0	0	0	0	0		0,0
45		0	0	0	0	0	0	0	0		

Slika 10. 3. Podaci uneseni u proračunsku tabelu u ovom primeru transportnog zadatka

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)



Redovi 16-45 predstavljaju sažetak parametara i formula potrebnih za određivanje funkcije cilja. Podaci iz tabela 10.1 i 10.2 prikazani su u redovima 16-18 i 20. Ukupno vreme istovara od i -tog veletrgovca do j -tog sektora u redovima 24-26 izračunato je množenjem vremena istovara jedinice iz reda 20 s brojem isporučenih kompleta u redovima 8-10, kao što je prikazano na slici 10.4.

14		=C20*C8	=D20*D8	=E20*E8	=F20*F8	=G20*G8	=H20*H8	=I20*I8	=J20*J8
15	Total unloading time	=C20*C9	=D20*D9	=E20*E9	=F20*F9	=G20*G9	=H20*H9	=I20*I9	=J20*J9
16		=C20*C10	=D20*D10	=E20*E10	=F20*F10	=G20*G10	=H20*H10	=I20*I10	=J20*J10

Slika 10. 4. Proračun ukupnog vremena istovara

Izvor: sastavljeno na osnovu (Gaspars-Wieloch, 2011)

Način određivanja ukupnog vremena putovanja i vremena istovara u redovima označenim brojevima 30-32 prikazan je na slici 10.5.

30		=C16+C24	=D16+D24	=E16+E24	=F16+F24	=G16+G24	=H16+H24	=I16+I24	=J16+J24
31	Total journey time (fixed) and unloading time (variable)	=C17+C25	=D17+D25	=E17+E25	=F17+F25	=G17+G25	=H17+H25	=I17+I25	=J17+J25
32		=C18+C26	=D18+D26	=E18+E26	=F18+F26	=G18+G26	=H18+H26	=I18+I26	=J18+J26

Slika 10. 5. Proračun ukupnog vremena istovara

Izvor: sastavljeno na osnovu (Gaspars-Wieloch, 2011)

Svrha pisanja „ $\min\{x_{ij}, 1\}$ ” u formuli (9) je da izdvoji osnovne rute. U standardnoj verziji Solvera nije moguće rešavati zadatke u kojima je prisutna funkcija 'min{ }'. Stoga se osnovne rute moraju drugačije odrediti. Ako koeficijent u formuli (22) ima vrednost blizu broja 1, tada se ova ruta može nazvati osnovnom rutom. Ako je, pak, koeficijent jednak nuli, tada se transport na ispitivanoj relaciji neće odvijati, kao što je prikazano na slici 10.6.

$$\frac{x_{ij}}{x_{ij} + 0,00001} \quad (22)$$

36		=C8/(C8+0,00001)	=D8/(D8+0,00001)	=E8/(E8+0,00001)	=F8/(F8+0,00001)	=G8/(G8+0,00001)	=H8/(H8+0,00001)	=I8/(I8+0,00001)	=J8/(J8+0,00001)
37	Base and non-base routes	=C9/(C9+0,00001)	=D9/(D9+0,00001)	=E9/(E9+0,00001)	=F9/(F9+0,00001)	=G9/(G9+0,00001)	=H9/(H9+0,00001)	=I9/(I9+0,00001)	=J9/(J9+0,00001)
38		=C10/(C10+0,00001)	=D10/(D10+0,00001)	=E10/(E10+0,00001)	=F10/(F10+0,00001)	=G10/(G10+0,00001)	=H10/(H10+0,00001)	=I10/(I10+0,00001)	=J10/(J10+0,00001)

Slika 10. 6. Određivanje osnovnih i nebaznih ruta

Izvor: sastavljeno na osnovu (Gaspars-Wieloch, 2011).



Koristeći opisanu metodu, samo vremena za osnovne rute mogu biti uključena u završni korak. Formule za izračunavanje ukupnog vremena na osnovnim rutama nalaze se na slici 10.7. a može se naći u redovima 43-45. Čelije u redovima 43-45 su uzastopni argumenti funkcije {max} koja se pojavljuje u formuli (9). Sama funkcija cilja nalazi se u ćeliji L44.

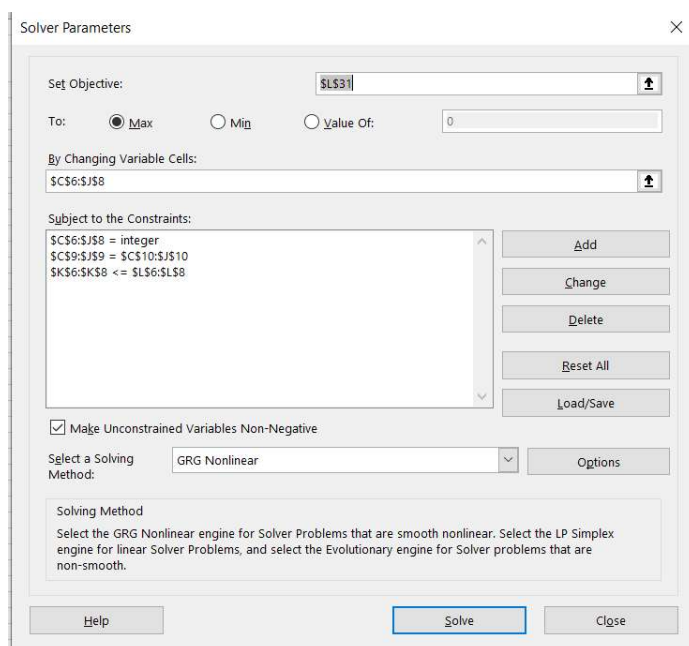
43		=C36*C30	=D36*D30	=E36*E30	=F36*F30	=G36*G30	=H36*H30	=I36*I30	=J36*J30
44	Total time on base routes	=C37*C31	=D37*D31	=E37*E31	=F37*F31	=G37*G31	=H37*H31	=I37*I31	=J37*J31
45		=C38*C32	=D38*D32	=E38*E32	=F38*F32	=G38*G32	=H38*H32	=I38*I32	=J38*J32

Slika 10. 7. Određivanje ukupnih troškova na osnovnim rutama

Izvor: sastavljeno na osnovu (Gaspars-Wieloch, 2011).

Rešavanje problema u prikazanom transportnom zadatku

Da bi se dobilo optimalno rešenje potrebno je još popuniti prozor Solver (Slika 10.8). U opcijama mora biti odabrana nenegativnost varijabli, a zatim odabrane naredbe "Reši", "Sačuvaj rešenje" i "U redu".



Slika 10. 8. Formule u prozoru Solver

Izvor: sastavljeno na osnovu (Gaspars-Wieloch, 2011)



Dobijeni proračuni prikazani su na slici 10.9. Ipak, treba im pristupiti s oprezom jer je prilikom izrade radnog lista izbegnuta samo upotreba funkcija tipa „min{ }”, dok je funkcija „max{ }” i dalje ostala. Rezultate bi stoga trebalo detaljnije pogledati. Transport proizvoda na ruti koja povezuje veletrgovinu P sa sektorom F trenutno ima najduže trajanje, tj. 9,8 sati i treba opslužiti dve prodavnice ($x_{16} = 2$). Stoga treba pokušati da se pronade povoljniji raspored isporuka dodavanjem uslova $x_{16} \leq 1$, tj. $x_{16} \leq 1$. Ovo će smanjiti vreme transporta i istovara na maksimalno $9,8 - 0,4 = 9,4$ sata, što će rezultovati povoljnijim rešenjem.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1											
5	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
6	P	0,0	3,0	7,0	2,0	3,0	2,0	0,0	0,0	17	18
7	Z	6,0	1,0	2,0	4,0	0,0	0,0	1,0	1,0	15	18
8	PW	0,0	3,0	0,0	0,0	5,0	3,0	3,0	4,0	18	18
9	Sector total	6	7	9	6	8	5	4	5		
10	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
11											
12	Travel time to sector	9	6	3	3	6	9	12	7		
13		5	4	5	6	9	12	9	7		
14		8	5	11	5	3	3	4	3		
15											
16	Unloading time	0,33	0,50	0,33	0,40	0,50	0,40	0,25	0,40		
17											
18	Total unloading time	0	1,5	2,31	0,8	1,5	0,8	0	0		
19		1,98	0,5	0,66	1,6	0	0	0,25	0,4		
20		0	1,5	0	0	2,5	1,2	0,75	1,6		
21											
22	Total journey time (fixed) and unloading time (variable)	9	7,5	5,31	3,8	7,5	9,8	12	7		
23		6,98	4,5	5,66	7,6	9	12	9,25	7,4		
24		8	6,5	11	5	5,5	4,2	4,75	4,6		
25											
26	Base and non-base routes	0	1	1	1	1	1	0	0		
27		1	1	1	1	0	0	1	1		
28		0	1	0	0	1	1	1	1		
29											
30	Total time on base routes	0,0	7,5	5,3	3,8	7,5	9,8	0,0	0,0		Objective function
31		7,0	4,5	5,7	7,6	0,0	0,0	9,2	7,4		9,8
32		0,0	6,5	0,0	0,0	5,5	4,2	4,7	4,6		

Slika 10. 9. Prvo rešenje zadatka optimizacije

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

Drugi plan prikazan je na slici 10.10. U njega treba uključiti uslov $x_{28} \leq 2$, tj. $x_{28} \leq 2$, jer će to doprineti smanjenju vremena isporuke na ZH relaciji za najmanje 0,4 sata (vreme istovara za proizvode u H sektoru tada će biti $8,2 - 0,4 = 7,8$ sati).



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4											
5	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
6	P	0,0	3,0	8,0	1,0	3,0	0,0	0,0	1,0	16	18
7	Z	6,0	2,0	1,0	4,0	0,0	0,0	0,0	3,0	16	18
8	PW	0,0	2,0	0,0	1,0	5,0	5,0	4,0	1,0	18	18
9	Sector total	6	7	9	6	8	5	4	5		
10	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
11											
29											
30	Total time on base routes	0,0	7,5	5,6	3,4	7,5	0,0	0,0	7,4		Objective function
31		7,0	5,0	5,3	7,6	0,0	0,0	0,0	8,2		8,2
32		0,0	6,0	0,0	5,4	5,5	5,0	5,0	3,4		

Slika 10. 10. Drugo rešenje zadatka optimizacije

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

Treće rešenje ilustrirano je na slici 10.11. Vreme na ZH ruti zapravo se smanjilo na 7,5 sati, ali je najduže vreme zabeleženo na PE ruti (8 sati). Neko bi mogao biti u iskušenju ispitati da li bi dodavanje kriterijuma $x_{15} \leq 3$, czyli $GD \leq 3$ poboljšalo konačni rezultat?

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4											
5	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
6	P	0,0	2,0	8,0	4,0	4,0	0,0	0,0	0,0	18	18
7	Z	6,0	4,0	1,0	2,0	0,0	0,0	0,0	2,0	15	18
8	PW	0,0	1,0	0,0	0,0	4,0	5,0	4,0	3,0	17	18
9	Sector total	6	7	9	6	8	5	4	5		
10	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
11											
29											
30	Total time on base routes	0,0	7,0	5,6	4,6	8,0	0,0	0,0	0,0		Objective function
31		7,0	6,0	5,3	6,8	0,0	0,0	0,0	7,8		8,0
32		0,0	5,5	0,0	0,0	5,0	5,0	5,0	4,2		

Slika 10. 11. Treće rešenje zadatka optimizacije

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

U četvrtom rešenju, prikazanom na slici 10.12, najduže vreme isporuke je samo 7,5 sati. Nakon uvođenja ograničenja na rute, koje sada određuju vrednost funkcije cilja: $x_{12} \leq 2$, czyli $DD \leq 2$ i $x_{15} \leq 2$, czyli $GD \leq 2$.

Slika 10.13 prikazuje peto optimalno rešenje. Čak i ako se dodaju dodatna ograničenja, više se neće poboljšati vreme isporuke.



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4											
5	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
6	P	0,0	3,0	4,0	6,0	3,0	0,0	0,0	1,0	17	18
7	Z	6,0	3,0	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	15	18
8	PW	0,0	1,0	0,0	0,0	5,0	5,0	4,0	3,0	18	18
9	Sector total	6	7	9	6	8	5	4	5		
10	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
11											
29											
30	Total time on base routes	0,0	7,5	4,3	5,4	7,5	0,0	0,0	7,4		Objective function
31		7,0	5,5	6,6	0,0	0,0	0,0	0,0	7,4		7,5
32		0,0	5,5	0,0	0,0	5,5	5,0	5,0	4,2		

Slika 10. 12. Četvrto rešenje zadatka optimizacije

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4											
5	Wholesalers and sectors	A	B	C	D	E	F	G	H	Total at a given wholesaler	Supply
6	P	0,0	2,0	4,0	6,0	2,0	0,0	0,0	1,0	15	18
7	Z	6,0	5,0	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	17	18
8	PW	0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	5,0	4,0	3,0	18	18
9	Sector total	6	7	9	6	8	5	4	5		
10	Demand	6	7	9	6	8	5	4	5		
11											
29											
30	Total time on base routes	0,0	7,0	4,3	5,4	7,0	0,0	0,0	7,4		Objective function
31		7,0	6,5	6,6	0,0	0,0	0,0	0,0	7,4		7,4
32		0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	5,0	5,0	4,2		

Slika 10. 13. Peto rešenje zadatka optimizacije

Izvor: (Gaspars-Wieloch, 2011)

Pretpostavka za optimalno rešenje zadatka je da će najduže vreme isporuke od 7,4 sata biti zabeleženo na dve relacije: PH i ZH. Svaki će sektor biti snabdeven kompletima u skladu s prijavljenom potražnjom. Zalihe PW veletrgovaca biće maksimalno iskorišćene. Za snabdevanje lanca supermarketa biće potrebno 13 kamiona.

Upoređujući rezultate dobijene u četvrtom i petom rešenju, moglo bi se zapravo završiti s implementacijom četvrte opcije zbog male razlike u vremenu ($7,5 - 7,4 = 0,1$ h). Ovde treba napomenuti da bi u četvrtom planu, uz nešto duži rok isporuke, trebalo otpremiti čak 14 teretnih vozila. Dobijeni rezultat naravno nije jedino optimalno rešenje. Različite simulacije mogu dovesti do različitih zaključaka.

Analiza naučnih radova koji su spomenuti u prethodnim delovima ovog poglavlja pokazuje da se istraživanja koriste različitim analitičkim pristupima organizaciji teretnog



transporta i načinima rada objekata, kao i načinima rada pojedinih elemenata i delova logističkih sistema. Time je moguće odabrati metodu kojom će se optimizirati transportni sistem koji je izuzetno važna komponenta logističkih procesa u preduzeću i utiče na profitabilnost preduzeća.

Pitanja poglavlja

1. Koji su glavni problemi transportne politike vezani za optimizaciju transportnog sistema?
2. Koji su glavni ciljevi optimizacije rute za kompaniju i primaoca?
3. Šta je problem trgovačkog putnika (TSP) i kako je povezan s optimizacijom rute?

REFERENCE

Abdulsalam, K., A., Siti, Z., I., (2020). Developing Palm Oil Inventory Control System Using Excel Macro, *Journal of Modern Manufacturing Systems and Technology*, 5, 51-55.

Cheng, C. & Wu, J., (2020). Intelligent Management and Control of Transportation Hubs Based on Big Data Technology, in *Advances in Intelligent Systems and Computing: International Conference on Cyber Security Intelligence and Analytics*, Haikou: Springer Science and Business Media Deutschland GmbH.

Codeca, L. & Cahill, V., (2022). Using Deep Reinforcement Learning to Coordinate Multi-Modal Journey Planning with Limited Transportation Capacity, *SUMO User Conference*.

Coyle, J., Bardi, J. & Langley, J., (2002). *The Management of Business Logistics: A Supply Chain Perspective*, South-Western.

De Maio, L. M., Vitetta, A., (2015). Route Choice on Road Transport System: A Fuzzy Approach, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 28, no. 5, 2015-2027.



Dekhtyaruk, M.T., Shao, M., Yang, S., Kontrobayeva, Z.D., Vashchilina, E. (2021). Automated system of freight traffic optimisation in the interaction of various modes of transport, *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*, Vol. 9, No. 3, September 2021, p.844-857

Fialko, N.M., Navrodska, R.O., Gnedash, G.O., Presich, G.O. & Shevchuk, S.I., (2020). Study of Heat Recovery Systems of or Heating and Moisturing Combustion Air of Boiler Units, *Science and Innovation*, 16(3), 43-49.

Ficoń, K. (2010). Optymalizacja makrosystemów transportowych według kryteriów logistycznych, *Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej*. 3(182).

Gaspars-Wieloch, H. in: Szymczak, M. (ed.), (2011). Zastosowanie zagadnienia transportowego z kryterium czasu do optymalizacji zaopatrzenia sieci supermarketów, Difin, Warszawa.

Gass, S. (2013). *An Illustrated Guide to Linnear Programming*, Dover Publications.

Hess, S., Quddus, M., Rieser-Schüssler, N. & Daly, A. (2015). Developing Advanced Route Choice Models for Heavy Goods Vehicles Using GPS Data, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 77, 29-44.

Khripach, N., Lezhnev, L., Tatarnikov, A., Stukolkin, R. & Skvortsov, A., (2018). Turbo-Generators in Energy Recovery Systems, *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, 9(6), 1009-1018.

Krawczyk, S. (2001). *Zarządzanie procesami logistycznymi*, PWE, Warszawa.

Lai, X. & Bierlaire, M., (2015). Specification of the Cross-Nested Logit Model with Sampling of Alternatives for Route Choice Models, *Transportation Research Part B: Methodological*, 80, 220-234.

Leonard, W.H., (1997). *The Quantitative Approach to Managerial Decisions*, Prentice-Hall, New Jersey.

Liu, S., Zhang, G. & Wang, L., (2018). IoT-enabled Dynamic Optimisation for Sustainable Reverse Logistics, *Procedia CIRP*, 69, 662-667.



- Maleev, R. A., Zuev, S. M., Fironov, A. M., Volchkov, N. A. & Skvortsov, A. A., (2019). The Starting Processes of a Car Engine Using Capacitive Energy Storages, *Periodico Tche Quimica*, 16(33), 877-888.
- Manley, E., Orr, S. & Cheng, T. A., (2015). A Heuristic Model of Bounded Route Choice in Urban Areas, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 56, 195-209.
- Milewski, D., (2011). Problemy optymalizacji w przewozach przesyłek drobnych, *Problemy Transportu i Logistyki*, Uniwersytet Szczeciński. Zeszyty naukowe 644, Szczecin.
- Navrodska, R., Fialko, N.G. Presich, N.G., Gnedash, G., Alioshko, S. and Shevcuk, S., (2019). Reducing Nitrogen Oxide Emissions in Boilers at Moistening of Blowing Air in Heat Recovery Systems, *E3S Web of Conferences*, vol. 100, article number 00055.
- Nyrkov, A. P., Sokolov, S. S. & Belousov, A. S., (2015). Algorithmic Support of Optimization of Multicast Data Transmission in Networks with Dynamic Routing, *Modern Applied Science*, 9(5), 162-176.
- Omelianenko, S., Kondratenko, Y., Kondratenko, G. & Sidenko, I., (2019). Advanced System of Planning and Optimization of Cargo Delivery and Its Iot Application, in *Proceedings of the 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies*, Lviv: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- Sanz, F.T., Escobar Gomez, E.N., (2013). The Vehicle Routing Problem with Limited Vehicle Capacities, *International Journal for Traffic*.
- Shang, X., Yang, K., Wang, W., Zhang, H. & Celic, S., (2020). Stochastic Hierarchical Multimodal Hub Location Problem for Cargo Delivery Systems: Formulation and Algorithm, *IEEE Access*, 8, 55076-55090.
- Shramenko, N. Y. & Shramenko, V. O., (2019). Optimization of Technological Specifications and Methodology of Estimating the Efficiency of the Bulk Cargo Delivery Process, *Scientific Bulletin of National Mining University*, vol. 2019, no. 3, pp. 146 151.
- Sikora, W. (ed.), (2008). *Badania operacyjne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.



Silaen, N.E., Savaluddin, Tulus, (2019), Optimization Model in Logistics Planning and Supply Chain, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1255.

Skvortsov, A. A., Pshonkin, D. E. & Luk'yanov, M. N., (2018). Influence of Constant Magnetic Fields on Defect Formation Under Conditions of Heat Shock in Surface Layers of Silicon, Key Engineering Materials, 771, 124-129.

Stachurski, A., Wierzbicki, A. (2001). Podstawy optymalizacji, Warszawa, PW.

Sun, F., Dubey, A., White, J. & Gokhale, A., (2019). Transit-Hub: A Smart Public Transportation Decision Support System with Multi-Timescale Analytical Services, Cluster Computing, 22, 2239-2254.

Tomashevskiy, V. N., (2007). Systems Modeling, Kyiv: Publishing Group BHV.

Trzaskalik, T. (ed.). Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem, PWE, Warszawa.

Vakulenko, S. & Evreenova, N., (2019). Transport Hubs as the Basis of Multimodal Passenger Transportation, in Proceedings of the 12th International Conference "Management of Large-Scale System Development, Moscow: Institute of Electrical and Electronics Engineers.

Vitetta, A., (2016). A Quantum Utility Model for Route Choice in Transport Systems, Travel Behaviour and Society, 3, 29-37.

Winiczenko, R., (2009). Optymalizacja kosztów transportu metodą bezpośredniego poszukiwania, Postępy techniki przetwórstwa spożywczego, 1.

Wong, K.Y.M., SAAD, D. & Yeung, C.H., (2016). Distributed Optimization in Transportation and Logistics Networks, IEICE Trans. Commun., E99-B.(11).

Yahiaoui, A., (2019). Stability Analysis of Following Vehicles on a Highway for Safety of Automated Transportation Systems, International Journal of Intelligent Transportation Systems Research, 17(3), 190-199.

Zajdel, M., Filipowicz, B., (2008). Dobór metod optymalizacji dla sieci transportowych, Automatyka, 12(13), 999.

Zaychenko, Ju. P., (2014). Operations Research, Kyiv: Slovo.



Zhilenkov, A. A. Nyrkov, A. P. & Cherniy, S. G., (2015). Evaluation of Reliability and Efficiency of Distributed Systems Rigs, Automation in the Industry, 6, 50-52.

(www_10.1) <http://optifacility.mooncoder.com/site/pl/optymalizacja-transportu>, access 2024.05.30.

(www_10.2) <http://optifacility.mooncoder.com/site/pl/optymalizacja-tras>, access 2024.05.30.